
12º CONGRESSO IBEROAMERICANO DE ENGENHARIA MECANICA

Guayaquil, 10 a 13 de Novembro de 2015

OBTENCIÓN DE FACTOR GEOMÉTRICO ÚNICO PARA CÁLCULO DE CONTACTO Y FLEXIÓN EN ENGRANAJES CILÍNDRICOS MEDIANTE SIMULACIÓN CON FEM

Franco Rodríguez R., Infanzón García H. L., Díaz Velazco I.

Grupo INACOM, Sección Ing. Mecánica, Dpto. de Ingeniería,
Pontificia Universidad Católica del Perú, Av. Universitaria 1801, Lima 32 (Perú)
e-mail: rofranco@pucp.pe

RESUMEN

Las principales fallas que se producen en los engranajes son: la picadura en el flanco del diente, generada por las tensiones de contacto, y la rotura en la raíz del diente, generada por las tensiones de flexión. Las normas técnicas utilizadas para el diseño de estos elementos de máquina, tales como ISO 6336 y DIN 3990, emplean un conjunto de factores en las expresiones de cálculo de las tensiones de contacto y de flexión actuantes, los cuales tienen por objetivo compensar los errores que se introducen por la aproximación de la geometría del engranaje. En el presente trabajo se propone obtener un factor geométrico único para el cálculo de las tensiones de contacto y otro para el cálculo de las tensiones de flexión en engranajes cilíndricos de ejes paralelos y perfil evolvente. Para alcanzar este propósito se elaboró un modelo de elementos finitos en el software ANSYS, considerando la geometría real de los engranajes. A partir del modelo de elementos finitos utilizado se obtuvieron las tensiones de contacto y de flexión en función de la posición de los engranajes, lo que permitió determinar la posición crítica en cada caso y obtener el factor geométrico único.

PALABRAS CLAVE: Engranaje, Contacto, Flexión, FEM

INTRODUCCIÓN

Algunos investigadores han demostrado que los cálculos de engranajes, según las normas técnicas especializadas, traen consigo ciertas imprecisiones en el diseño de estos elementos de máquina. Una de las causas fundamentales de estas imprecisiones radica en que las normas utilizan una geometría aproximada del engranaje para realizar los cálculos, lo cual se compensa con el uso de varios factores. Investigadores de la Pontificia Universidad Católica del Perú han desarrollado algunos trabajos encaminados a clarificar esta problemática. Dentro de los principales trabajos realizados se encuentra “Perfeccionamiento del diseño de los engranajes cilíndricos de dientes rectos exteriores mediante el método de los elementos finitos”, el cual está relacionado con la obtención de ecuaciones paramétricas que definen la geometría del engranaje y con el cálculo de tensiones de flexión en engranajes cilíndricos de dientes rectos [1]. Otro trabajo importante es “Análisis del esfuerzo de contacto en engranajes cilíndricos de ejes paralelos de perfil evolvente mediante el método de los elementos finitos”, en el cual se obtienen ecuaciones paramétricas generalizadas para definir la geometría de engranajes cilíndricos de dientes rectos y helicoidales, y se calculan las tensiones de contacto en estos engranajes [2].

Internacionalmente también se ha mostrado gran interés por este tema, tal como consta en el trabajo de Z. Wei [3], relacionado con la determinación de tensiones y deformaciones en engranajes de dientes rectos. Este investigador destaca la necesidad de realizar estudios tridimensionales, entre otros, en engranajes cilíndricos de dientes helicoidales. J. I. Pedrero et al [4], describe un modelo analítico para determinar la distribución de carga no uniforme a lo largo de la línea de contacto en engranajes rectos y helicoidales de alto grado de recubrimiento transversal. El autor propone que los resultados obtenidos sean objeto de una revisión de la norma ISO 6336. Años más tarde el mismo autor publica un trabajo relacionado con la determinación de las condiciones de carga y tensiones de contacto críticas en engranajes rectos y helicoidales estándar [5]. En sus trabajos de investigación M. B. Sánchez et al [6,7], plantea un modelo de cálculo resistente de engranajes cilíndricos de alto grado de recubrimiento. En estos trabajos la autora destaca varios aspectos de los engranajes que se deberían seguir investigando, dentro de los cuales se encuentran los factores de distribución de carga, para realizar un mejor diseño de los engranajes. Un aspecto interesante de sus trabajos radica en que utiliza análisis por elementos finitos para validar los resultados analíticos del modelo propuesto. Más reciente es el trabajo de T. Jabbour y G. Asmar [8], relacionado con el cálculo de tensiones en engranajes metálicos rectos y helicoidales. En esta investigación también se proponen procedimientos analíticos para determinar las tensiones de contacto y de flexión, utilizando como medio de validación los análisis por elementos finitos.

En el presente trabajo se pretende generalizar el análisis de flexión y de contacto a los engranajes cilíndricos, rectos y helicoidales, determinando los factores geométricos involucrados en los cálculos de las tensiones actuantes mediante simulación numérica utilizando modelos de elementos finitos (FEM). A partir de los resultados de estos análisis se propone un factor geométrico único para el cálculo de las tensiones de flexión y otro para el cálculo de las tensiones de contacto.

IDENTIFICACIÓN DE LOS FACTORES GEOMÉTRICOS INVOLUCRADOS

Para lograr el propósito establecido es necesario identificar cuáles son los factores utilizados por las normas técnicas de engranajes, relacionados con la geometría del engranaje, que podrían ser sustituidos por un factor geométrico único en base a resultados obtenidos por simulación numérica. En esta tarea es necesario reconocer los dos tipos de comprobación principales que se establecen en dichas normas, que son la comprobación de tensiones de flexión en la raíz del diente y la comprobación de tensiones de contacto en el flanco del diente. En los siguientes acápites se realiza un análisis detallado de las expresiones utilizadas, identificando los factores geométricos introducidos para compensar la aproximación de la geometría del diente en cada caso.

Comprobación de tensiones de flexión en la raíz del diente

La norma ISO 6336-3: Calculation of load capacity of spur and helical gears- Part 3: Calculation of tooth bending strength [9], establece las expresiones de cálculo necesarias para verificar el diseño del engranaje en base a las tensiones de flexión que se producen en la raíz del diente. Para ello se determina una tensión actuante σ_F , que luego se compara con una tensión permisible σ_{FP} , debiendo cumplirse que la tensión actuante sea menor o igual que la tensión permisible, como se aprecia en la expresión (1).

$$\sigma_F = \frac{F_t}{b \cdot m_n} \cdot Y_{Fa} \cdot Y_{Sa} \cdot Y_\varepsilon \cdot Y_\beta \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha} \leq \sigma_{FP} \quad (1)$$

En el presente trabajo sólo se aborda la tensión actuante y es en esta expresión que se identifican los factores utilizados para compensar las aproximaciones de la geometría del engranaje, que son: $Y_{Fa}, Y_{Sa}, Y_\varepsilon, Y_\beta$. La propuesta que se plantea en el cálculo de tensiones de flexión es sustituir estos cuatro factores por un único factor geométrico Y_U .

Comprobación de tensiones de contacto en el flanco del diente

La norma ISO 6336-2: Calculation of load capacity of spur and helical gears- Part 2: Calculation of surface durability (pitting) [10], establece las expresiones de cálculo necesarias para verificar el diseño del engranaje en base a las tensiones de contacto que se producen en el flanco del diente. Para ello se determina una tensión actuante σ_H , que luego se compara con una tensión permisible σ_{HP} , debiendo cumplirse que la tensión actuante sea menor o igual que la tensión permisible, como se aprecia en las expresiones (2) y (3). En estas expresiones los subíndices 1 y 2 se refieren al piñón y a la rueda respectivamente, y de igual manera los subíndices B y D.

$$\sigma_{H1,2} = Z_{B,D} \cdot \sigma_{H0} \cdot \sqrt{K_A \cdot K_V \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\alpha}} \leq \sigma_{HP1,2} \quad (2)$$

$$\sigma_{H0} = Z_H \cdot Z_E \cdot Z_\varepsilon \cdot Z_\beta \cdot \sqrt{\frac{F_t}{d_1 \cdot b} \cdot \frac{u+1}{u}} \quad (3)$$

Al igual que en el cálculo de flexión en el cálculo de contacto sólo se abordará la tensión actuante, siendo los factores geométricos: $Z_{B,D}, Z_H, Z_E, Z_\beta$. La propuesta que se plantea en el cálculo de tensiones de contacto es sustituir estos cuatro factores por un único factor geométrico Z_U .

MODELO GEOMÉTRICO DEL ENGRANAJE

Si se desea sustituir los factores utilizados en las normas técnicas para compensar las aproximaciones de la geometría de los dientes del engranaje, entonces se debe partir de un modelo geométrico que represente realmente al engranaje. El uso de software CAD comercial estándar, tal como SolidWorks o Inventor, no es apropiado para este fin, ya que los modelos que se pueden diseñar con los mismos no representan la geometría real del engranaje. Por este motivo se desarrollaron las ecuaciones paramétricas que permiten definir las curvas evolvente y trocoide que determinan el perfil del diente, para el caso en que el engranaje es fabricado por un método de generación. Luego se desarrolló una aplicación CAD para obtener el modelo geométrico.

Ecuaciones paramétricas de las curvas que definen el perfil del diente

En la figura 1 se pueden apreciar las curvas evolvente y trocoide que delimitan el perfil del diente en el plano transversal del piñón o rueda. A continuación se plantean las ecuaciones paramétricas de estas dos curvas [2], correspondientes al primer cuadrante del sistema de coordenadas mostrado en la figura. Las coordenadas x_e, y_e de la curva evolvente se definen por las ecuaciones (4) y (5) en función del parámetro (ángulo) θ_e . La ecuación (6) se utiliza para obtener el ángulo que permite ubicar la porción evolvente del perfil del diente simétricamente respecto al eje y , tal como se aprecia en la figura 2-a).

$$x_{e(\theta_e)} = \frac{1}{2} \cdot [(-d_b \cdot \sin \theta_e + d_b \cdot \theta_e \cdot \cos \theta_e) \cdot \cos \gamma_e + (d_b \cdot \cos \theta_e + d_b \cdot \theta_e \cdot \sin \theta_e) \cdot \sin \gamma_e] \quad (4)$$

$$y_{e(\theta_e)} = \frac{1}{2} \cdot [(d_b \cdot \sin \theta_e - d_b \cdot \theta_e \cdot \cos \theta_e) \cdot \sin \gamma_e + (d_b \cdot \cos \theta_e + d_b \cdot \theta_e \cdot \sin \theta_e) \cdot \cos \gamma_e] \quad (5)$$

$$\gamma_e = \frac{m_n}{d \cdot \cos \beta} \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot x \cdot \tan \alpha \right) + \text{inv}(\alpha_t) \quad (6)$$

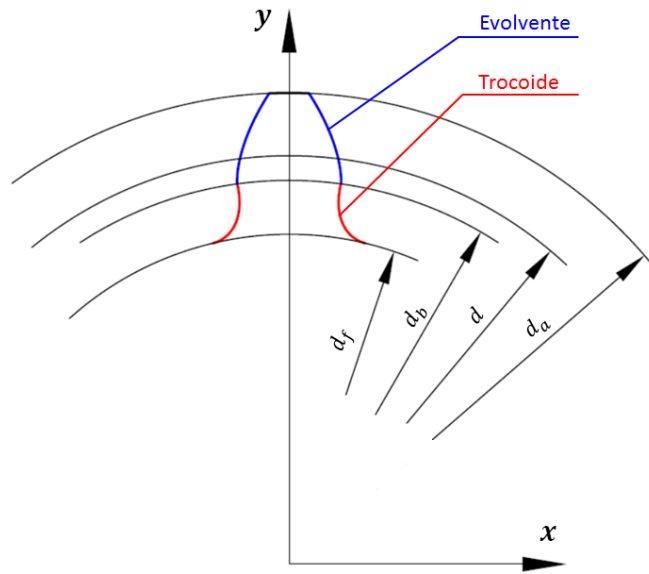


Fig. 1: Curvas que delimitan el perfil del diente.

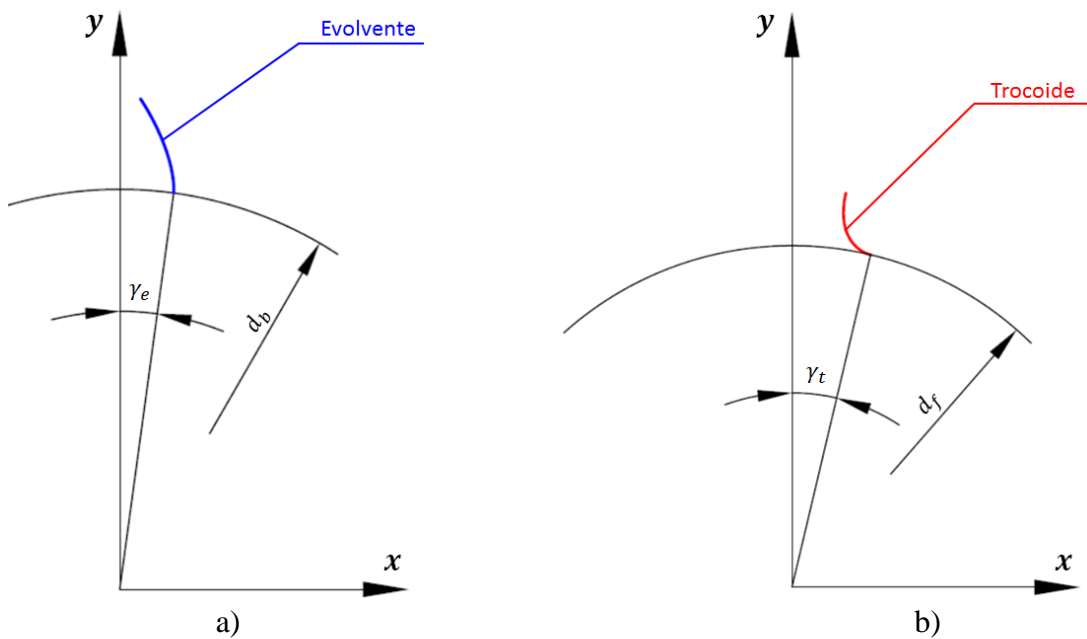


Fig. 2: Ubicación de las curvas. a) Evolvente; b) Trocoide.

Las coordenadas x_t, y_t de la curva trocoide se definen por las ecuaciones (7) y (8) en función del parámetro (ángulo) θ_t . Las ecuaciones (9), (10), (11), (12), (13), (14) y (15) complementan los cálculos de las coordenadas, y la ecuación (16) se utiliza para obtener el ángulo que permite ubicar la porción trocoide del perfil del diente simétricamente respecto al eje y , tal como se aprecia en la figura 2-b).

$$x_{t(\theta_t)} = (U_{ea(\theta_t)} + U_{rel(\theta_t)}) \cdot \cos \gamma_t + (V_{ea(\theta_t)} + V_{rel(\theta_t)}) \cdot \sin \gamma_t \quad (7)$$

$$y_{t(\theta_t)} = -(U_{ea(\theta_t)} + U_{rel(\theta_t)}) \cdot \sin \gamma_t + (V_{ea(\theta_t)} + V_{rel(\theta_t)}) \cdot \cos \gamma_t \quad (8)$$

$$U_{ea(\theta_t)} = \left[\frac{d}{2} - m_n \cdot (h_a + c_f - \rho_f - x) \right] \cdot \sin \theta_t - \frac{d}{2} \cdot \theta_t \cdot \cos \theta_t \quad (9)$$

$$V_{ea(\theta_t)} = \left[\frac{d}{2} - m_n \cdot (h_a + c_f - \rho_f - x) \right] \cdot \cos \theta_t + \frac{d}{2} \cdot \theta_t \cdot \sin \theta_t \quad (10)$$

$$U_{rel(\theta_t)} = \sqrt{u_{el}^2 + v_{el}^2} \cdot \cos \left(\pi + \left| \tan^{-1} \left(\frac{v_{el}}{u_{el}} \right) \right| - \theta_t \right) \quad (11)$$

$$V_{rel(\theta_t)} = \sqrt{u_{el}^2 + v_{el}^2} \cdot \sin \left(\pi + \left| \tan^{-1} \left(\frac{v_{el}}{u_{el}} \right) \right| - \theta_t \right) \quad (12)$$

$$v_{el} = \cos \beta \cdot \sqrt{\left(\frac{m_n \cdot \rho_f}{\cos \beta} \right)^2 - u_{el}^2} \quad (13)$$

$$u_{el} = \frac{\tan(\varphi + \theta_t) \cdot \frac{m_n \cdot \rho_f}{\cos \beta}}{\sqrt{\cos^2 \beta + \tan^2(\varphi + \theta_t)}} \quad (14)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \left[\frac{m_n \cdot (h_a + c_f - \rho_f - x) \cdot \sin \theta_t + \frac{d}{2} \cdot \theta_t \cdot \cos \theta_t}{-m_n \cdot (h_a + c_f - \rho_f - x) \cdot \cos \theta_t + \frac{d}{2} \cdot \theta_t \cdot \sin \theta_t} \right] \quad (15)$$

$$\gamma_t = \frac{\frac{m_n}{\cos \beta} \cdot \left[\frac{\pi}{4} + (h_a + c_f - \rho_f) \cdot \tan \alpha_n + \frac{\rho_f}{\cos \alpha_n} \right]}{\frac{d}{2}} \quad (16)$$

Aplicación CAD para el modelamiento 3D de los engranajes

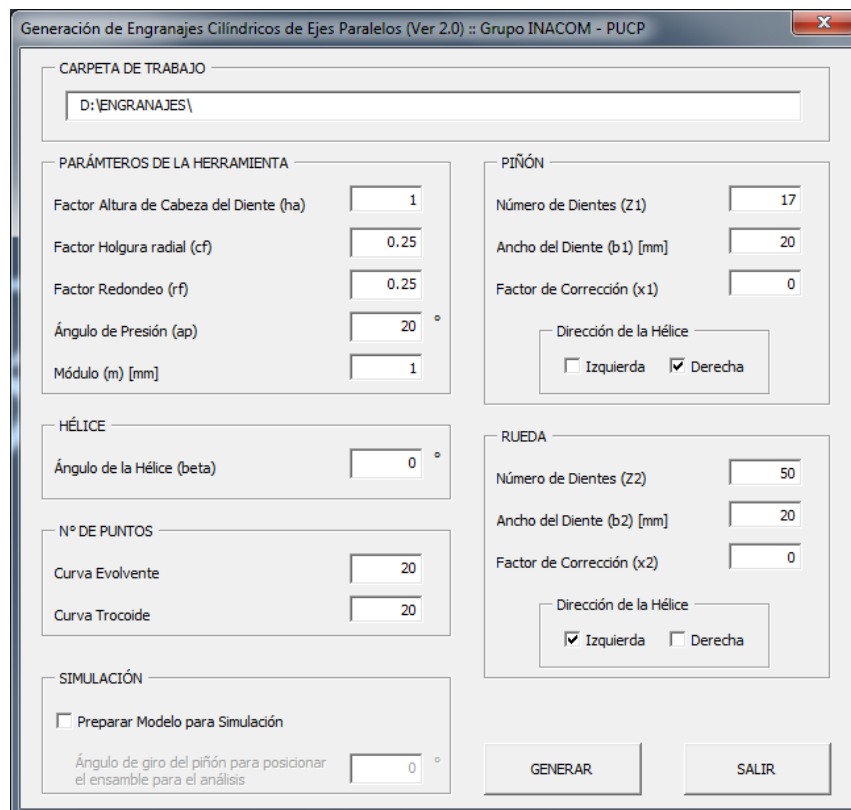


Fig. 3: Ventana de la aplicación CAD desarrollada.

Las ecuaciones paramétricas desarrolladas fueron utilizadas para implementar una aplicación CAD (macro) en el entorno del software SolidWorks, de manera que se pudiera obtener un modelo geométrico que represente la geometría real de los dientes del engranaje. La aplicación permite obtener la geometría real de engranajes cilíndricos de ejes paralelos y perfil evolvente que son fabricados por un método de generación, considerando cualquier número de dientes, factores de corrección y parámetros de la herramienta de corte.

Los datos requeridos por la aplicación para generar el modelo geométrico de los engranajes comprende los parámetros del perfil de la herramienta de corte, el número de dientes del piñón y de la rueda, el factor de corrección del piñón y de la rueda, el ancho del piñón y de la rueda, el ángulo de la hélice y su dirección (izquierda o derecha). También se requiere definir el número de puntos que se utilizarán para trazar las splines, que sustituirán las respectivas curvas evolvente y trocoide. Cabe señalar que, según las pruebas realizadas, con 20 puntos se logra un ajuste de alta precisión, con un error menor a 10^{-4} veces el módulo. En la figura 3 se puede apreciar la ventana principal de la aplicación desarrollada.

MODELO DE ELEMENTOS FINITOS PARA LOS ANÁLISIS

Una vez obtenido el modelo geométrico del engranaje es necesario definir el tipo de análisis que se desea realizar para obtener las tensiones de contacto y de flexión. En este trabajo se optó por un análisis estático estructural, elección similar a la de otros autores, en el que juega un papel decisivo las condiciones bajo las cuales se simule el contacto entre los dientes de los engranajes. Además, la malla de elementos finitos, las restricciones de desplazamientos y la forma de aplicación de la carga, son aspectos muy influyentes en los resultados finales.

Condiciones de contacto

El tipo de contacto entre las superficies de los dientes del piñón y de la rueda se definió como contacto sin fricción (*Frictionless*), utilizando elementos de contacto CONTA174 y TARGE170. Se definió un comportamiento simétrico del contacto (*Symmetric*), de manera que los resultados de una sola simulación estuvieran disponibles tanto para el piñón como para la rueda. La formulación seleccionada para el cálculo del contacto fue *Augmented Lagrange*, la cual asegura un buen comportamiento del par de contacto y es menos sensible a la variación del factor de rigidez normal. El método de detección seleccionado fue en los puntos de Gauss (*On Gauss Point*), que se considera más preciso que la detección en los nodos. Un aspecto clave para evitar las fallas de no convergencia en el problema de contacto no lineal es el tratamiento de interface, seleccionado en este caso como *Adjust to Touch*, con lo que se garantiza el contacto inicial entre las dos superficies de contacto cuando existe alguna holgura en el modelo. Por último, se tomó un valor de 0.1 para el factor de rigidez normal. Esta configuración de las condiciones de contacto es similar a la utilizada por J. Zhan et al en su trabajo realizado para estimar la capacidad de carga de los engranajes [11].

Mallado y condiciones de contorno

Para los análisis solamente se utiliza una porción del piñón y de la rueda, considerando un número de dientes que depende del grado de recubrimiento de la transmisión, el número de dientes será como mínimo el número entero inmediato superior al grado de recubrimiento. Los sólidos formados son discretizados con elementos 3D tetraédricos de segundo orden SOLID187, de 10 nodos. Estos elementos tienen un comportamiento cuadrático de los desplazamientos y son apropiados para modelar mallas irregulares. Un detalle de la malla generada se puede apreciar en la parte izquierda de la figura 4, en el que se puede notar un refinamiento en las regiones de contacto y en la raíz del diente.

Las condiciones de contorno aplicadas consisten en fijar la cara cilíndrica del cubo y las caras laterales que delimitan la porción analizada de la rueda. En el piñón la cara cilíndrica del cubo y las caras laterales que delimitan la porción analizada se fijan de manera rígida a un punto remoto que se ubica sobre el eje del piñón, dejando como único grado de libertad la rotación sobre dicho eje. Por último, se aplica el momento torsor sobre el punto remoto que se encuentra en el eje del piñón. Esta configuración es muy similar a la recomendada por F. L. Litvin y A. Fuentes, en su libro *Gear Geometry and Applied Theory* [12]. En la parte derecha de la figura 4 se puede apreciar las condiciones de contorno aplicadas.

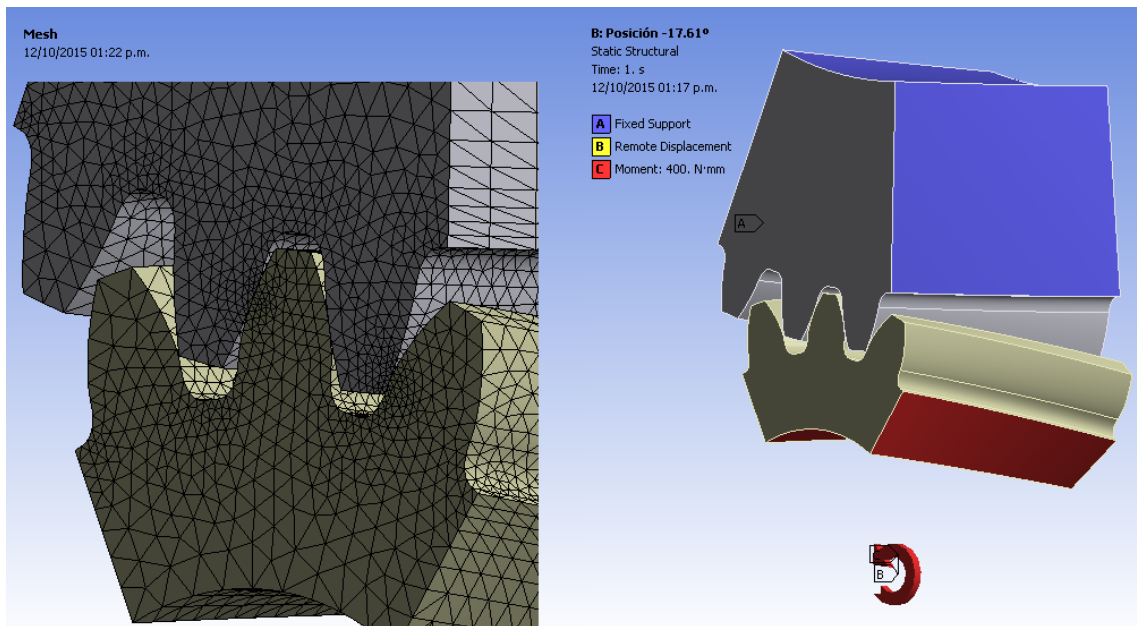


Fig. 4: Malla de elementos finitos y condiciones de contorno impuestas.

RESULTADOS OBTENIDOS

Los resultados directos de la simulación son las tensiones máximas de contacto en el flanco del diente y las tensiones máximas de flexión en la raíz del diente. Después de obtener estos resultados se procede a establecer un factor geométrico único para las tensiones de contacto y otro para las tensiones de flexión.

Tensiones máximas de contacto y de flexión

Las tensiones de contacto máxima para una posición relativa determinada entre el piñón y la rueda se encuentran en un punto intermedio del diente que presenta mayor rigidez en ese instante. De forma similar se obtiene un punto de mayor tensión en la raíz del diente. Para buscar los máximos absolutos de ambas tensiones, las cuales se necesitan para los cálculos, se analizaron 20 puntos distribuidos desde el inicio hasta el final del contacto de una pareja de dientes para cada variante analizada.

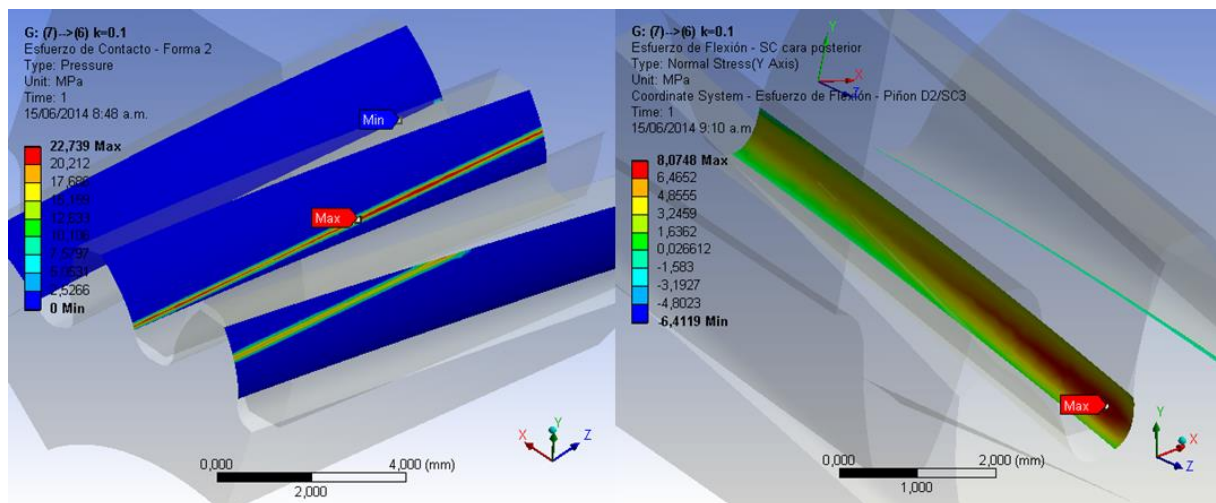


Fig. 5: Tensiones de contacto y de flexión en los dientes del engranaje.

Factor geométrico único

El factor geométrico único para calcular las tensiones de flexión en la raíz del diente se obtiene por la expresión (17), deducida al igualar la tensión actuante de la expresión (1) a la tensión de flexión máxima calculada por simulación.

$$Y_U = Y_{Fa} \cdot Y_{Sa} \cdot Y_\varepsilon \cdot Y_\beta = \sigma_{MEF-F} \cdot \frac{b \cdot m_n}{F_t} \quad (17)$$

De forma similar se obtiene el factor geométrico único para calcular las tensiones de contacto por la expresión (18), deducida al igualar la tensión actuante de la expresión (2) a la tensión de contacto máxima calculada por simulación. En este caso el factor de elasticidad Z_E no es propiamente geométrico, pero su efecto está también involucrado en el modelo de elementos finitos, por lo que puede considerarse incluido dentro del factor único.

$$Z_U = Z_{B,D} \cdot Z_H \cdot Z_E \cdot Z_\varepsilon \cdot Z_\beta = \sigma_{MEF-C} \cdot \sqrt{\frac{d_1 \cdot b}{F_t} \cdot \frac{u}{u+1}} \quad (18)$$

CONCLUSIONES

Dado que el cálculo de tensiones actuantes de contacto y de flexión es factible mediante simulación numérica con FEM, hipótesis confirmada por varios autores que utilizan esta herramienta para validar sus modelos analíticos, entonces las expresiones (17) y (18) permitirán obtener factores geométricos únicos adecuados para efectuar los cálculos según las normas ISO 6336-3 e ISO 6336-2. Para su aplicación práctica estas expresiones podrían ser utilizadas para desarrollar nomogramas o ecuaciones de regresión, a partir de una batería de simulaciones que tendrían como variables el número de dientes del piñón y de la rueda, el factor de corrección del piñón y de la rueda y el ángulo de hélice, manteniendo constante los parámetros de la herramienta de corte.

AGRADECIMIENTOS

Un especial agradecimiento al Vicerrectorado de Investigación de la Pontificia Universidad Católica del Perú, que a través de la Dirección de Gestión de la Investigación (DGI), apoyó el proyecto 2015-4-0004: “Desarrollo de un sistema inteligente de diseño mecánico para mejorar la competitividad de la empresa metalmeccánica nacional aplicado a cajas reductoras de engranajes cilíndricos con carcasa soldada de uso en la industria minera”, del cual forma parte la presente investigación.

REFERENCIAS

1. L. O. Cotaquispe Z., Perfeccionamiento del diseño de los engranajes cilíndricos de dientes rectos exteriores mediante el método de los elementos finitos, Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Técnicas, Universidad Central "Martha Abreu" de las Villas, Santa Clara, Cuba, 2004.
2. H. L. Infanzón G. Análisis del esfuerzo de contacto en engranajes cilíndricos de ejes paralelos de perfil evolvente mediante el método de los elementos finitos. Tesis para optar el título de Ingeniero Mecánico, Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, Perú, 2010.
3. Z. Wei. Stresses and deformations in involute spur gears by finite element method. Thesis for the Degree of Master of Science, University of Saskatchewan, Saskatoon, Canada, 2004.
4. J. I. Pedrero, Vallejo I. I. y M. Pleguezuelos, Calculation of tooth bending strength and surface durability of high trasverse contact ratio spur and helical gear drives, *Journal of Mechanical Design*, vol. 129, pp. 69–74, 2007.
5. J. I. Pedrero, M. Pleguezuelos y M. Muñoz, Critical stress and load conditions for pitting calculations of spur and helical gear teeth, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 46, pp. 425–437, 2011.
6. M. B. Sánchez, J. I. Pedrero y Miguel Pleguezuelos, Critical stress and load conditions for bending calculations of involute spur and helical gears, *International Journal of Fatigue*, vol. 48, pp. 28–38, 2013.
7. M. B. Sánchez S., Modelo de cálculo resistente de engranajes cilíndricos de alto grado de recubrimiento. Tesis Doctoral, Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales, Madrid, España, 2013.

8. T. Jabbour y G. Asmar, Tooth stress calculation of metal spur and helical gears, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 92, pp. 375–390, 2015.
9. ISO Standard 6336-3: 2006, Calculation of load capacity of spur and helical gears- Part 3: Calculation of tooth bending strength. International Organization for Standardization, Geneva, Switzerland, 2006.
10. ISO Standard 6336-2: 2006, Calculation of load capacity of spur and helical gears- Part 2: Calculation of surface durability (pitting). International Organization for Standardization, Geneva, Switzerland, 2006.
11. J. Zhan, M. Fard y R. Jazar, A quasi-static FEM for estimating gear load capacity, *Measurement*, vol. 75, pp. 40–49, 2015.
12. F. L. Litvin y A. Fuentes, *Gear Geometry and Applied Theory*, Second Edition, Cambridge University Press, New York, 2004.

UNIDADES Y NOMENCLATURA

F_t	Fuerza tangencial nominal (N).
σ_F	Esfuerzo de flexión actuante (MPa).
σ_{FP}	Esfuerzo de flexión permisible (MPa).
σ_H	Esfuerzo de contacto actuante (MPa).
σ_{H0}	Esfuerzo de contacto nominal en el punto de paso (MPa).
σ_{HP}	Esfuerzo de contacto permisible (MPa).
Y_{Fa}	Factor de forma.
Y_{Sa}	Factor de concentración de tensión.
Y_ε	Factor de relación de contacto.
Y_β	Factor de ángulo de hélice.
K_A	Factor de servicio por aplicación de carga.
K_V	Factor dinámico.
$K_{F\beta}$	Factor de carga a lo ancho para el esfuerzo en el fondo del diente.
$K_{F\alpha}$	Factor de carga transversal para el esfuerzo en el fondo del diente.
$K_{H\beta}$	Factor de carga longitudinal para esfuerzo de contacto.
$K_{H\alpha}$	Factor de carga transversal para esfuerzo de contacto.
Z_B	Factor de contacto del piñón.
Z_H	Factor de zona.
Z_E	Factor de elasticidad ($\sqrt{\text{MPa}}$).
Z_ε	Factor de relación de contacto.
Z_β	Factor de ángulo de hélice.
u	Relación de transmisión.
z	Número de dientes.
x	Factor de corrección.
β	Ángulo de la hélice ($^\circ$).
α	Ángulo de la herramienta ($^\circ$).
α_t	Ángulo de presión en el plano transversal del piñón o rueda ($^\circ$).
α_n	Ángulo de presión en el plano normal del piñón o rueda ($^\circ$).
b	Ancho del engranaje (mm).
m_n	Módulo normal (mm).
d_1	Diámetro primitivo del piñón (mm).
d	Diámetro primitivo del piñón o rueda (mm).
d_b	Diámetro básico del piñón o rueda (mm).
d_f	Diámetro de fondo del piñón o rueda (mm).
d_a	Diámetro exterior del piñón o rueda (mm).
h_a	Factor de altura de la cabeza del diente.
h_f	Factor de altura de la raíz del diente.
c_f	Factor de holgura radial.
ρ_f	Factor de redondeo de la raíz del diente.
σ_{MEF-F}	Tensión de flexión máxima en la raíz del diente obtenida por simulación (MPa)
σ_{MEF-C}	Tensión de contacto máxima en el flanco del diente obtenida por simulación (MPa)